Vorlesung Grammatikformalismen

Teil I: Unifikationsgrammatik

Hans Uszkoreit

Phrasenstruktur-Bäume

Relationen: unmittelbare Dominanz - Dominanz
unmittelbare Präzedenz - Präzedenz

Konstituentenstrukturbaum:

(N, Q, D, P, L)

N - endliche Menge von Knoten
Q - endliche Menge von Etiketten
D - schwache Teilordnung in N × N, die Dominanzrelation
P - starke Teilordnung in N × N, die Präzedenzrelation
L - Funktion von N in Q, die Etikettierfunktion

Bedingungen:

Wurzelbedingung
Exklusivitätsbedingung
Kreuzungsfreiheit

Ableitungen und Bäume

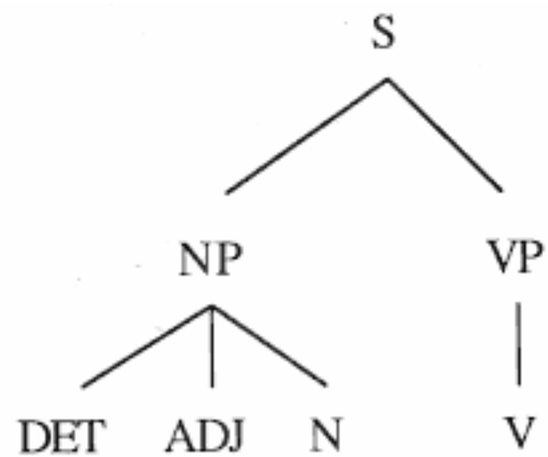
Äquivalente Ableitungen

$S \rightarrow NP\ VP$

$NP \rightarrow DET\ ADJ\ N$

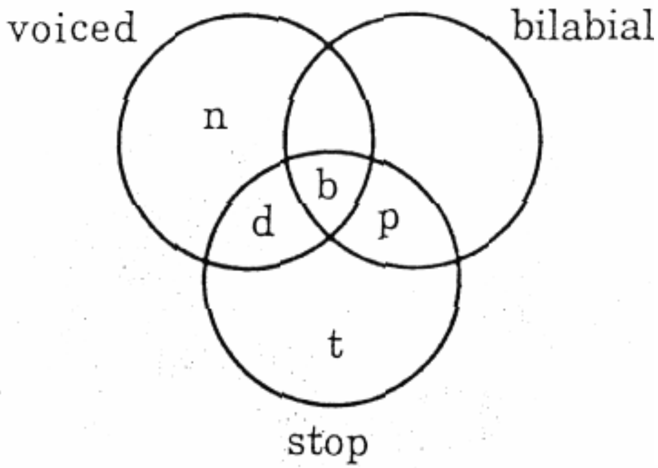
$VP \rightarrow V$

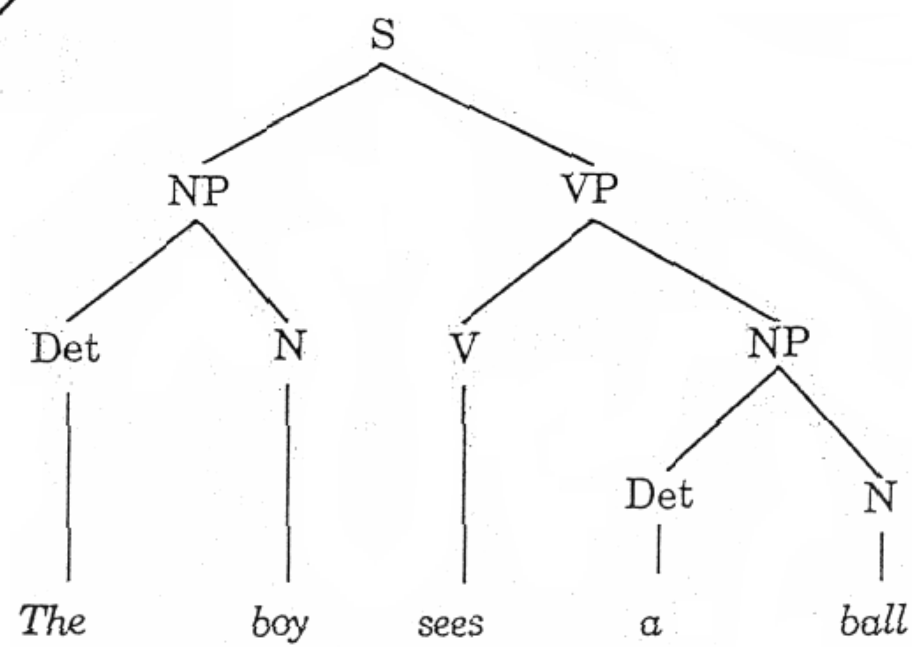
S	S
NP VP	NP VP
DET ADJ N VP	NP V
DET ADJ N V	DET ADJ N V



Zwei Arten von Strukturen

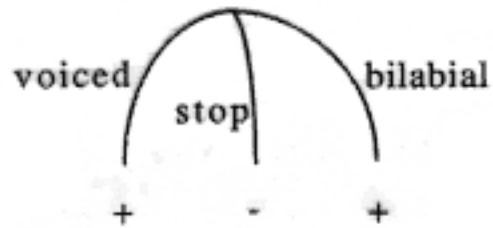
$$\begin{bmatrix} \text{voiced} : - \\ \text{bilabial} : + \\ \text{stop} : + \end{bmatrix}$$



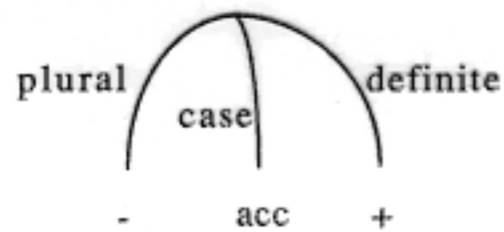


Komplexe Merkmale I

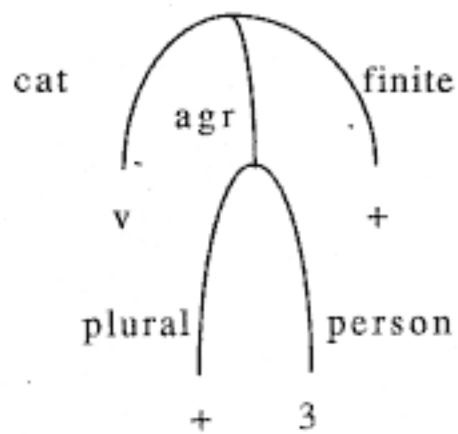
$$\begin{bmatrix} \text{voiced} : - \\ \text{bilabial} : + \\ \text{stop} : + \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} \text{plural} : - \\ \text{definite} : + \\ \text{case} : \text{acc} \end{bmatrix}$$

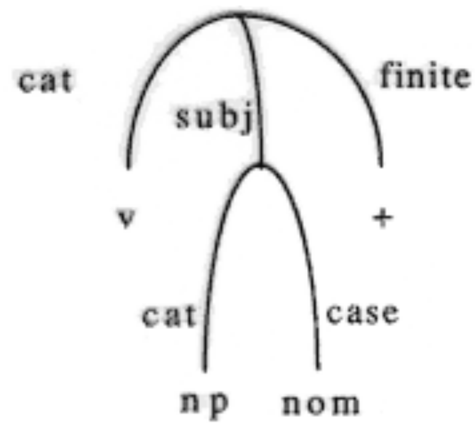


$$\begin{bmatrix} \text{cat} : \text{v} \\ \text{finite} : + \\ \text{agr} : \begin{bmatrix} \text{plural} : + \\ \text{person} : 3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

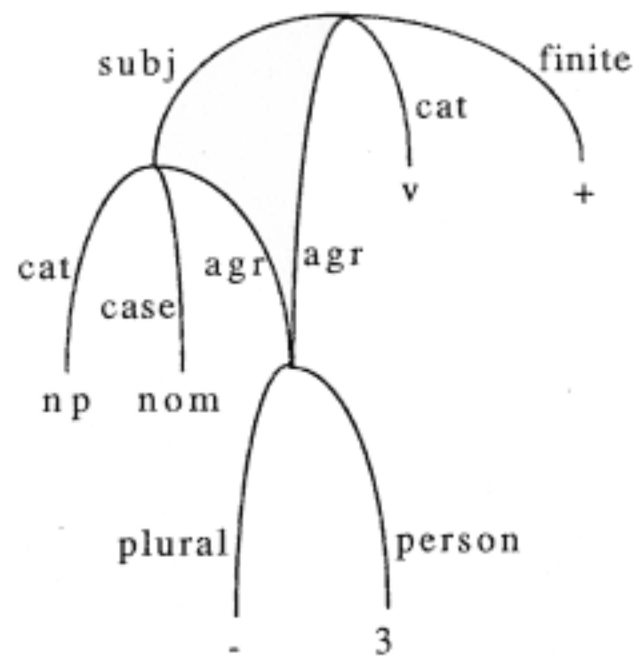


Komplexe Merkmale II

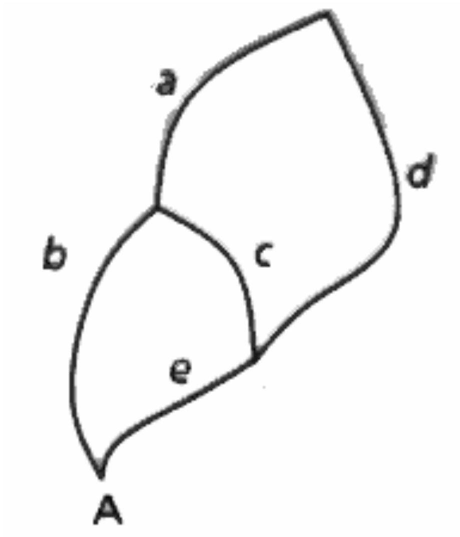
$$\begin{bmatrix} \text{cat} : \text{v} \\ \text{finite} : + \\ \text{subj} : \begin{bmatrix} \text{cat} : \text{np} \\ \text{case} : \text{nom} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} \text{cat} : \text{v} \\ \text{finite} : + \\ \text{agr} : \boxed{1} \begin{bmatrix} \text{plural} : - \\ \text{person} : 3 \end{bmatrix} \\ \text{subj} : \begin{bmatrix} \text{cat} : \text{np} \\ \text{case} : \text{nom} \\ \text{agr} : \boxed{1} [\,] \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$



Drei Notationen für einen DAG



$$\begin{bmatrix} a : \begin{bmatrix} b : \boxed{1}\ A \\ c : \boxed{2} \begin{bmatrix} e : \boxed{1} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\ \\ d : \boxed{2} \end{bmatrix}$$

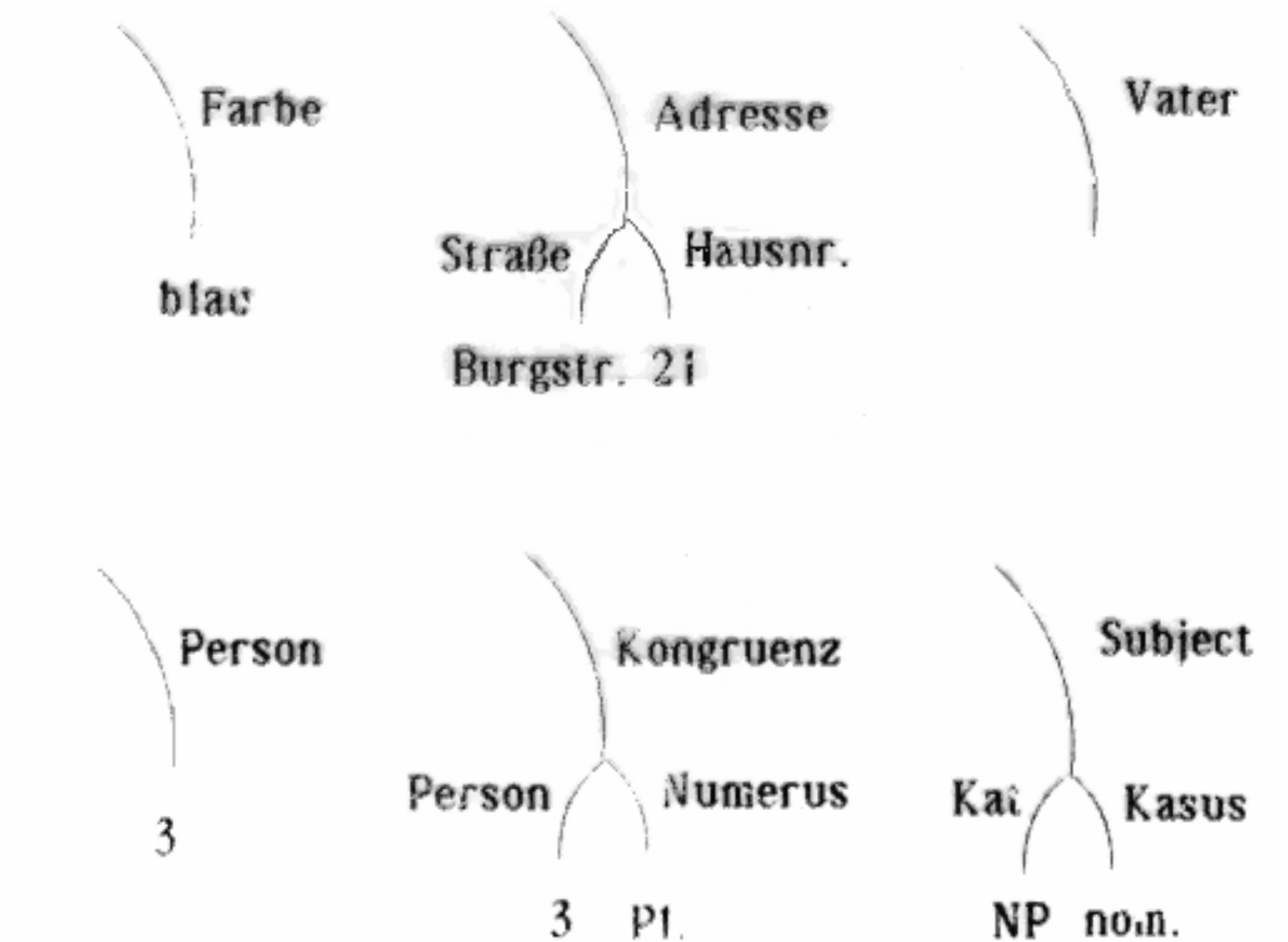
$$\langle a\ b \rangle = A$$

$$\langle a\ c\ e \rangle = \langle a\ b \rangle$$

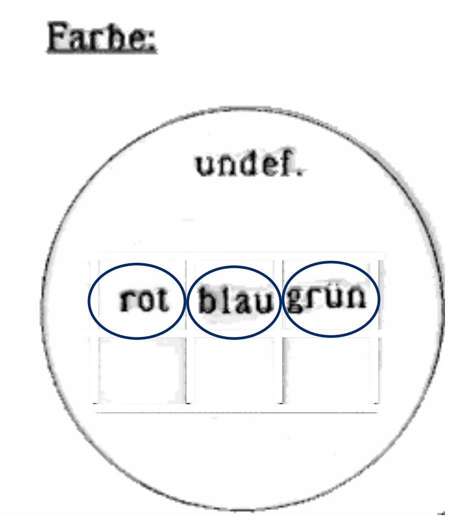
$$\langle a\ c \rangle = \langle d \rangle$$

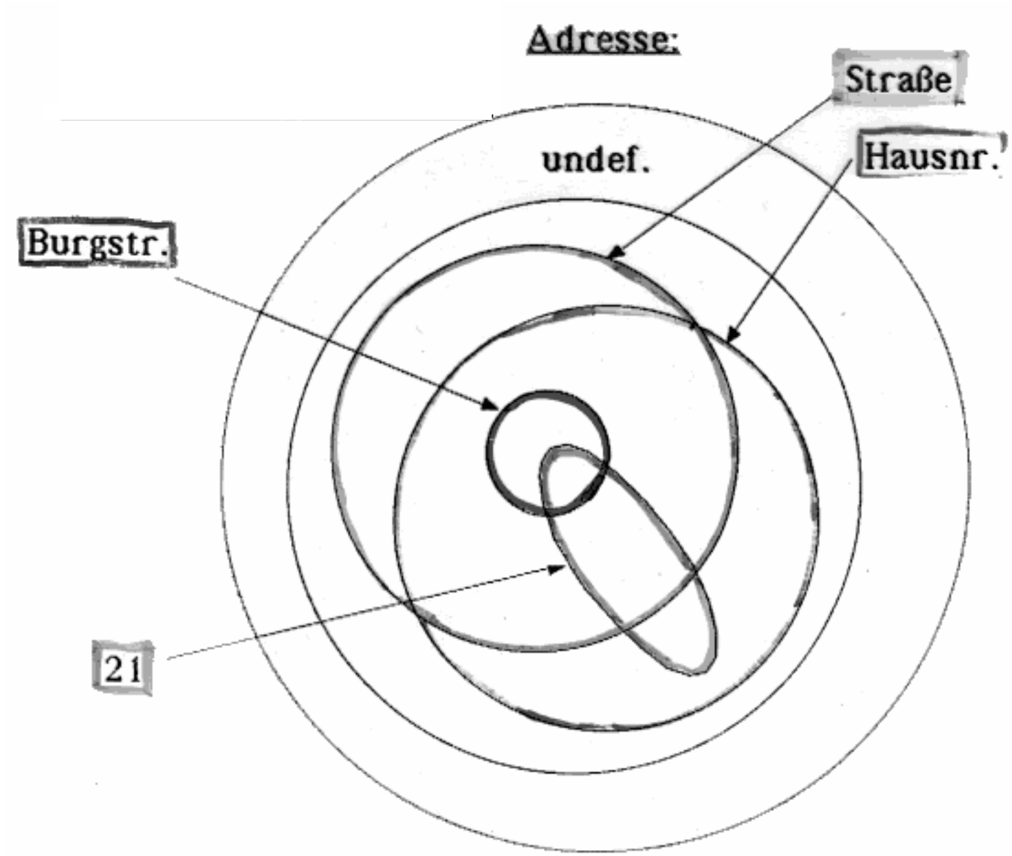
Merkmalswerte

atomare Werte | komplexe Werte | komplexe Werte vom gleichen Typ



Semantik der Merkmalsterme



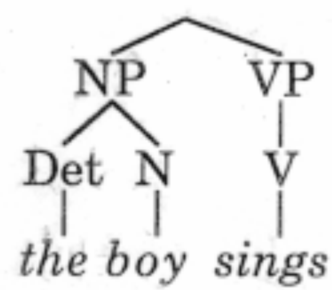


A traditional representation of a syntactic entity may be viewed as an ordered pair of a category and a constituent structure. <cat, cs> $\in$ CAT $\times$ CS

In a CF-PSG, cat is atomic and cs is a list of syntactic representations (a PS-tree without the root node).

<S,
    (<NP,
        (<Det,
            (<*the*, Ø>)>,
          <N,
            (<*boy*, Ø>)>)>,
    <VP,
        (<V,
            (<*sings*, Ø>)>)>)>

cat = S
cs =



In a <u>simple</u> unification grammar, cat is a feature structure and cs is a PS-tree.

Phrasenstrukturregeln und Merkmalsstrukturen

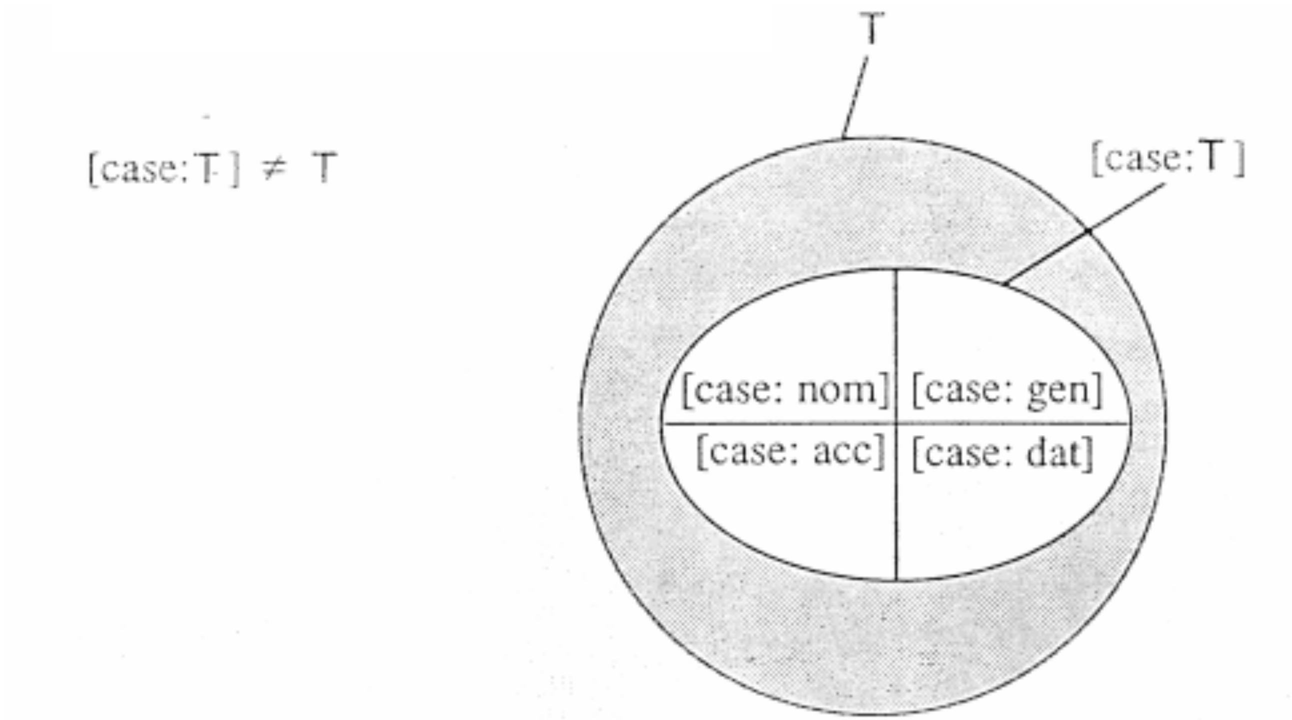
$S \rightarrow NP \;\; VP$

$X_0 \rightarrow X_1 \;\; X_2$

$$\begin{bmatrix} \text{S:} \begin{bmatrix} \text{cat: S} \\ \text{finite:}^{\langle 1 \rangle} \end{bmatrix} \\ \text{NP:} \begin{bmatrix} \text{cat: NP} \\ \text{agr:}^{\langle 2 \rangle} \end{bmatrix} \\ \text{VP:} \begin{bmatrix} \text{cat: VP} \\ \text{agr:}^{\langle 2 \rangle} \\ \text{finite:}^{\langle 1 \rangle} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_0\text{:} \begin{bmatrix} \text{cat: S} \\ \text{finite:}^{\langle 1 \rangle} \end{bmatrix} \\ X_1\text{:} \begin{bmatrix} \text{cat: NP} \\ \text{agr:}^{\langle 2 \rangle} \end{bmatrix} \\ X_2\text{:} \begin{bmatrix} \text{cat: VP} \\ \text{agr:}^{\langle 2 \rangle} \\ \text{finite:}^{\langle 1 \rangle} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Merkmale als partielle Funktionen - Beispiel



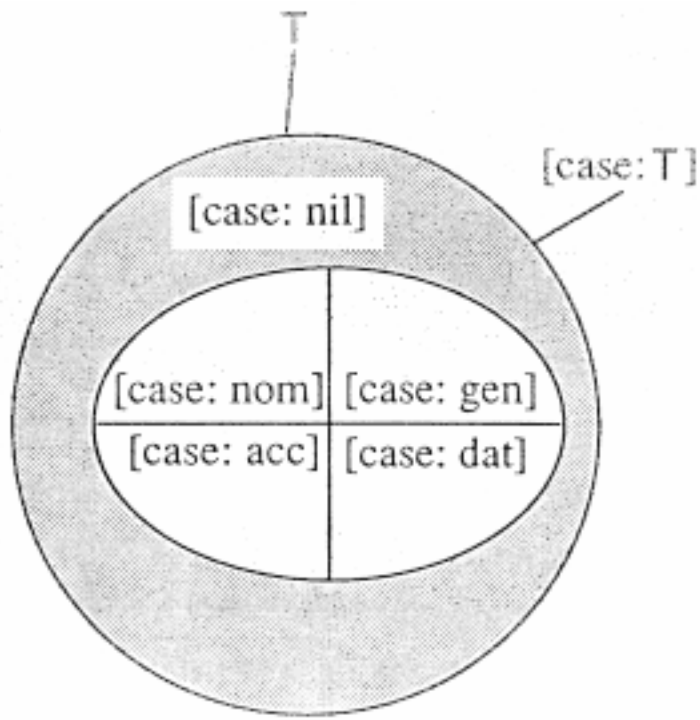
Merkmale als totale Funktionen - Beispiel

[case: nil]

$[\text{case}: \top] = \top$

corresponding to:

$[\text{case}: \bot] = \bot$



Subsumption

Die Subsumptionsrelation ist eine schwache Teilordnung.

Daher ist die Relation:

transitiv

$\forall t_1,t_2,t_3\ [(t_1 \sqsubseteq t_2 \ \wedge t_2 \sqsubseteq t_3) \rightarrow t_1 \sqsubseteq t_3]$

antisymmetrisch

$\forall t_1,t_2\ [(t_1 \sqsubseteq t_2 \ \wedge t_2 \sqsubseteq t_1) \rightarrow t_1 = t_2]$

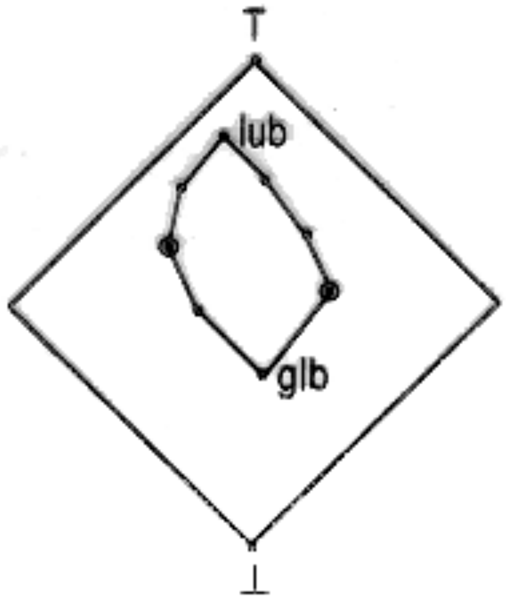
reflexiv

$\forall t\ [t \sqsubseteq t]$

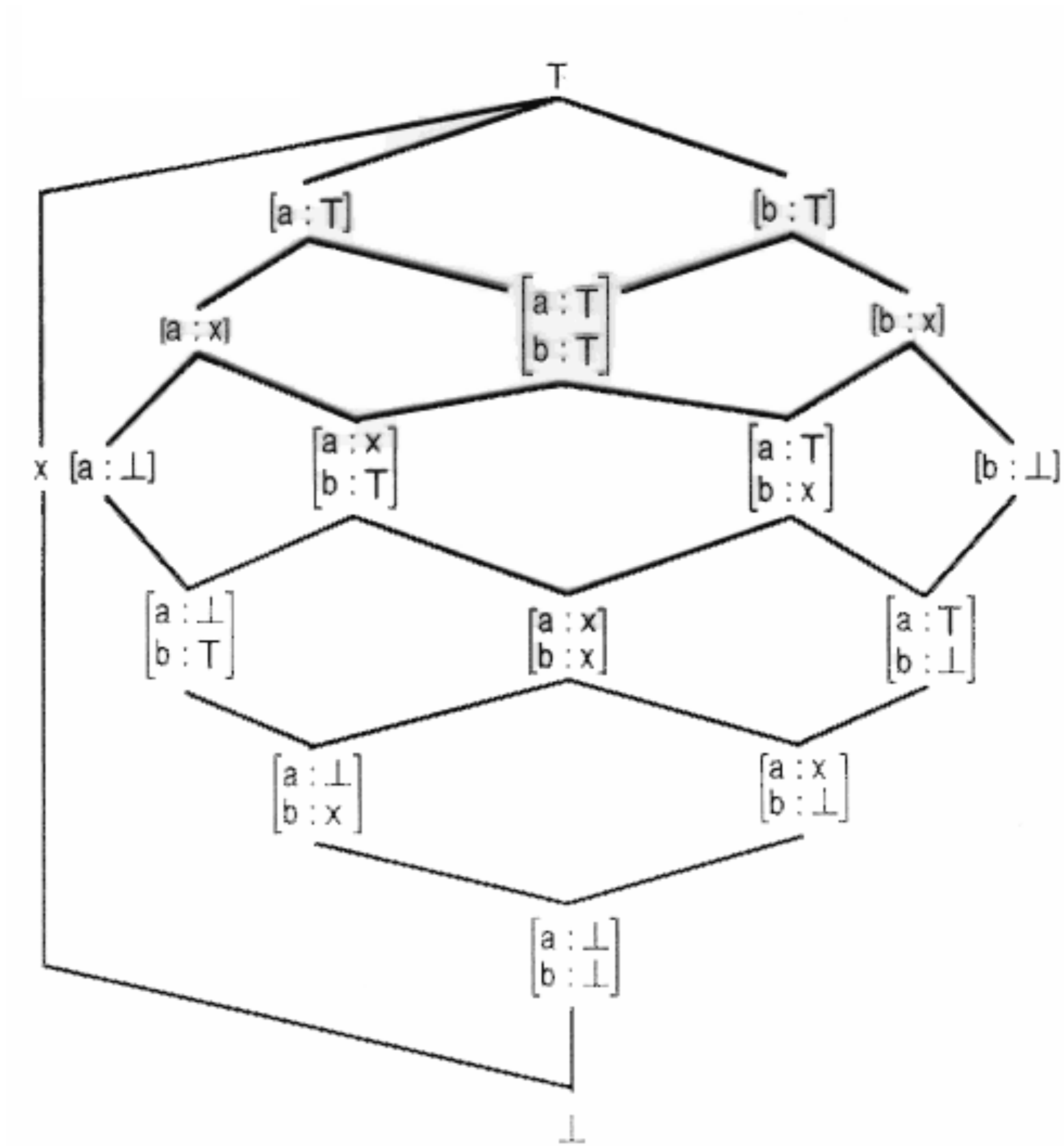
In Unifikationsformalismen bildet die Subsumptionsrelation einen Verband oder einen Halbverband.

Subsumptionsverband

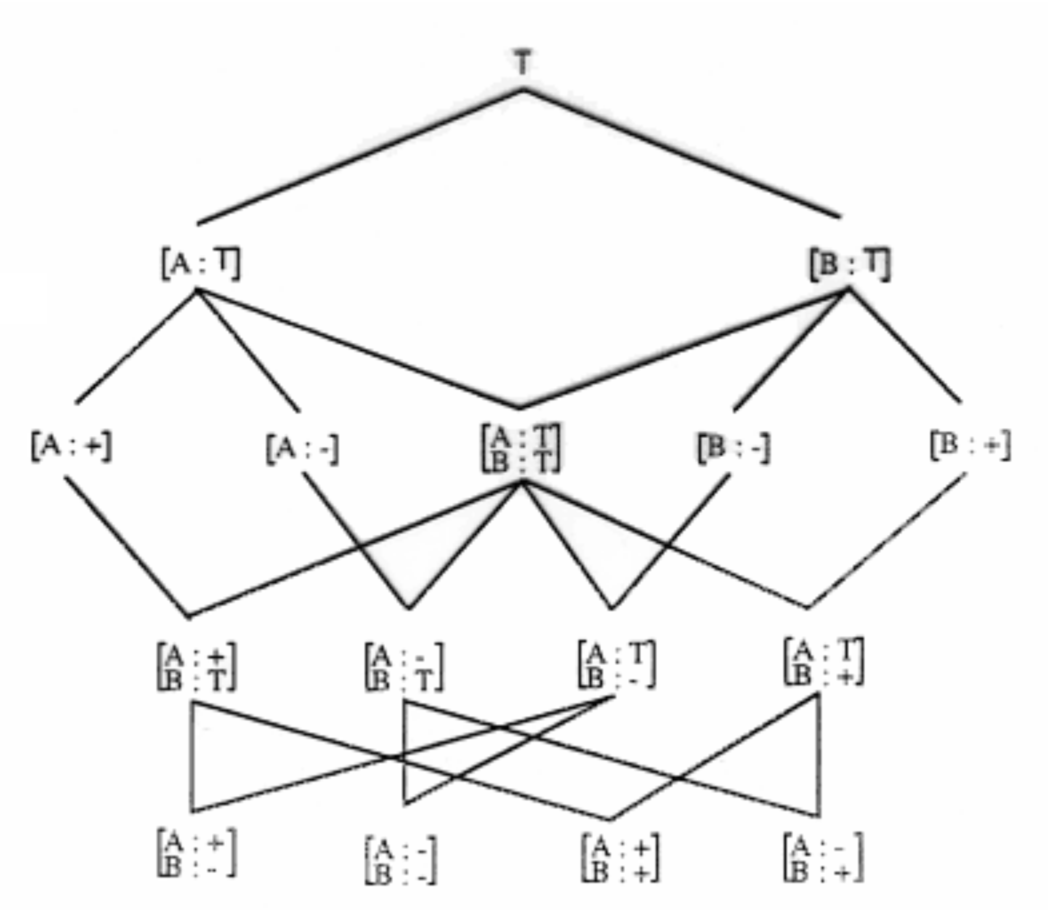
glb: unification
lub: generalization



Subsumptionsverband



Subsumptionshierarchie



Subsumption

<u>Subsumption</u>

$t1 \sqsubseteq t2$ iff t2 contains at least all the information contained in (t2 extends t1, $t2 \leq t1$)

Subsumption II

$$T \sqsubseteq nom$$

$$T \sqsubseteq \bot$$

$$[case: T] \sqsubseteq [case: nom]$$

$$nom \sqsubseteq nom$$

$$nom \not\sqsubseteq acc$$

$$\left[\text{tense: pres}\right] \not\sqsubseteq \begin{bmatrix} \text{tense: T} \\ \text{agreement: T} \end{bmatrix}$$

$$\left[\text{tense: pres}\right] \sqsubseteq \begin{bmatrix} \text{tense: pres} \\ \text{agreement: T} \end{bmatrix}$$

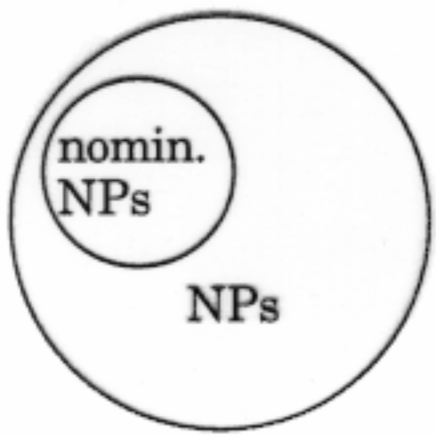
$$\begin{bmatrix} \text{subject : [case : T]} \\ \text{tense: pres} \end{bmatrix} \sqsubseteq \begin{bmatrix} \text{subject : [case : nom]} \\ \text{tense: pres} \\ \text{agreement: T} \end{bmatrix}$$

Subsumption

<u>Semantik der Subsumption:</u> $t_1 \sqsubseteq t_2 \leftrightarrow [\![t_1]\!] \supseteq [\![t_2]\!]$

<u>Beispiele:</u>

$$\begin{bmatrix} \text{cat: n} \\ \text{bar: 2} \end{bmatrix} \sqsubseteq \begin{bmatrix} \text{cat: n} \\ \text{bar: 2} \\ \text{case: nom} \end{bmatrix}$$



Subsumption

$$
\begin{bmatrix}
\text{cat: v} \\
\text{bar: 0} \\
\text{subject: } [\text{sem} : \top] \\
\text{object: } [\text{sem} : \top]
\end{bmatrix}
\sqsubseteq
\begin{bmatrix}
\text{cat: v} \\
\text{bar: 0} \\
\text{subject: } [\text{sem} :^{\langle 1 \rangle} \top] \\
\text{object: } [\text{sem} :^{\langle 1 \rangle} \top]
\end{bmatrix}
$$

Unifikation

Idee:

Unifikation ist die Operation, die die Informationen zweier Merkmalsstrukturen vereint.

Notation:

$t_1 \sqcup t_2$

$t_1 \wedge t_2$

$[t_1 \;\; t_2]$

Definition:

Ein Term t_0 ist die Unifikation zweier Terme t_1 und t_2, gdw. t_0 der allgemeinste Term ist, der sowohl von t_1 als auch von t_2 subsumiert wird.

oder:

Ein Term t_0 ist die Unifikation zweier Terme t_1 und t_2, gdw. t_0 sowohl von t_1 als auch von t_2 subsumiert wird und wenn t_0 alle anderen Terme t_i subsumiert die auch von t_1 und t_2 subsumiert werden.

Eigenschaften der Unifikation

<u>Atome</u>

$(a_1 \sqcup a_2) = \bot$ gdw. $a_1 \neq a_2$

<u>top and bottom</u>

$(t \sqcup \top) = t$

$(t \sqcup \bot) = \bot$

<u>Kommutativität:</u>

$(t_1 \sqcup t_2) = (t_2 \sqcup t_1)$

<u>Assoziativität:</u>

$((t_1 \sqcup t_2) \sqcup t_3) = (t_1 \sqcup (t_2 \sqcup t_3))$

<u>Idempotenz:</u>

$(t \sqcup t) = t$

Unifikation

Unifikation mit $\top$

$\top \sqcup t = t$

Unifikation zweier Atome

$\alpha \sqcup \alpha = \alpha$

$\alpha \sqcup \beta$ = FAIL oder $\perp$ gdw. $\alpha \neq \beta$

Unifikation mit $\top$

Unifikation eines Atoms mit einem komplexen Merkmalsterm

$$\alpha \sqcup \{a_1 : v_1, a_2 : v_2, \ldots , a_n : v_n\} = \textbf{FAIL oder} \perp$$

Unifikation zweier komplexer Merkmalsterme t_1 und t_2

$$t_1 = \{\langle a_1, v_1\rangle, \langle a_2, v_2\rangle, \ldots , \langle a_n, v_n\rangle\}$$

$$t_2 = \{\langle a_{n+1}, v_{n+1}\rangle, \langle a_{n+2}, v_{n+2}\rangle, \ldots , \langle a_{n+m}, v_{n+m}\rangle\}$$

$$t_0 = t_1 \cup t_2$$

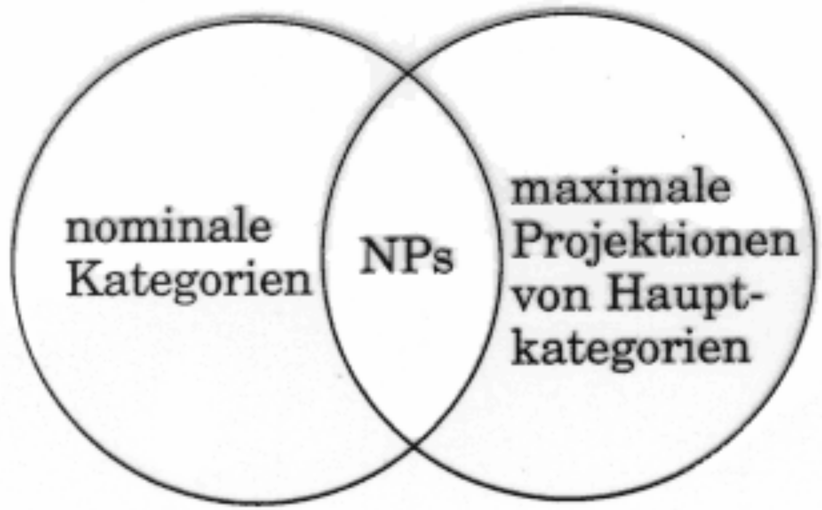
weil:

$$\begin{bmatrix} a_1 : v_1 \\ a_1 : v_2 \end{bmatrix} = [a_1 : (v_1 \sqcup v_2)]$$

Semantik der Unifikation I

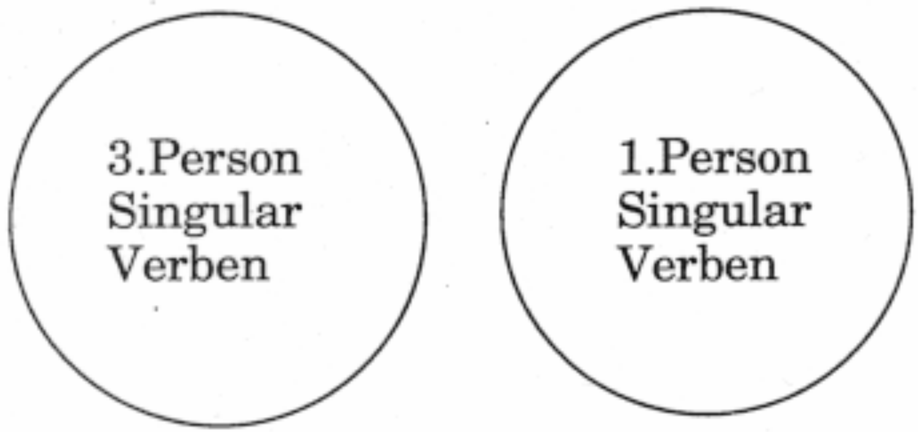
$$[\![t_1 \sqcup t_2]\!] = [\![t_1]\!] \cap [\![t_2]\!]$$

Beispiele: $\begin{bmatrix}\text{cat: n}\end{bmatrix} \sqcup \begin{bmatrix}\text{bar: 2}\end{bmatrix}$



Semantik der Unifikation II

$$\begin{bmatrix} \text{cat: v} \\ \text{bar: 0} \\ \text{agr: } \begin{bmatrix} \text{per: 3} \\ \text{num: sg} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \sqcup \begin{bmatrix} \text{cat: v} \\ \text{bar: 0} \\ \text{agr: } \begin{bmatrix} \text{per: 1} \\ \text{num: sg} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$



Unifikation

Die Unifikation zweier Atome a_1 und a_2 schlägt fehl, wenn $a_1 \neq a_2$. (Unifikation von a und a ist a.) Die Unifikation eines Atoms mit einem Merkmalsterm schlägt fehl.

Jeder Merkmalsterm ist eine Menge von Merkmalen, d.h. von Attribut-Wert-Paaren.

Logisch kann er als eine Konjunktion der Merkmale gesehen werden, denn jedes Merkmal entspricht einer Aussage. Diese Merkmalsterme sind eine partielle Beschreibung des Repräsentierten Objekts.

Die Unifikation zweier Merkmalsterme kann dann als die Konjunktion der beiden Konjunktionen gesehen werden.

Algorithmisch kann die Unifikation als die Mengenvereinigung der beiden Merkmalsmengen und eine anschließende rekursive Vereinfachung der Vereinigungsmenge realisiert werden. In der Vereinigungsmenge treten zwei gleiche Merkmale nur einmal auf. Das ist gerechtfertigt, denn ein Attribut ist eine (partielle) Funktion, die dem beschriebenene Objekt genau einen Wert zuordnet. Haben in der resultierenden Menge zwei Attribut:Wert Paare das gleiche Attribut, so gilt dann natürlich aber auch, dass ihre Werte wenn sie nicht bereits gleich sind, zumindest partielle Beschreibungen des gleichen Objekts sein müssen.

Daher müssen wir sie unifizieren. Sind sie nicht unifizierbar, dann schlägt die gesamte Unifikation fehl.

Beispiel

$$\begin{bmatrix} \text{cat: v} \\ \text{bar: 0} \\ \text{agr:} \begin{bmatrix} \text{per: 3} \\ \text{num: sg} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \sqcup \begin{bmatrix} \text{cat: v} \\ \text{bar: 0} \\ \text{agr:} \begin{bmatrix} \text{per: 1} \\ \text{num: sg} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Generalisierung

Semantik der Generalisierung

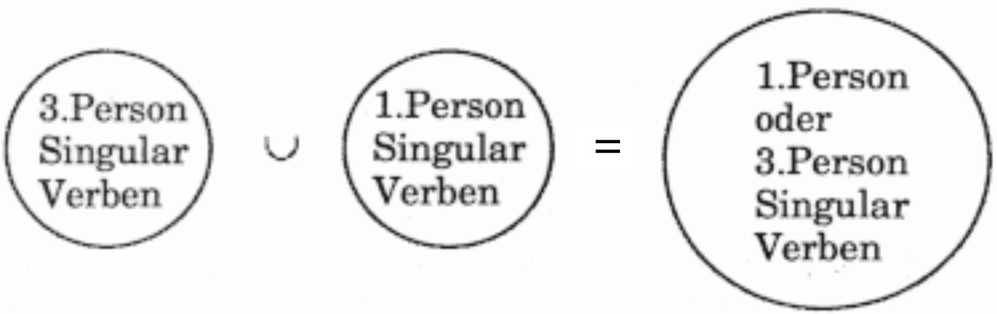
$$[\![t_1 \sqcap t_2]\!] = [\![t_1]\!] \cup [\![t_2]\!]$$

Beispiel: $\begin{bmatrix} \text{cat: v} \\ \text{bar: 0} \\ \text{agr:} \begin{bmatrix} \text{per: 3} \\ \text{num: sg} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \sqcap \begin{bmatrix} \text{cat: v} \\ \text{bar: 0} \\ \text{agr:} \begin{bmatrix} \text{per: 1} \\ \text{num: sg} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

Generalisierung ohne Disjunktion: $\begin{bmatrix} \text{cat: v} \\ \text{bar: 0} \\ \text{agr:} \begin{bmatrix} \text{num: sg} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

aber: (3.Person Singular Verben) $\cup$ (1.Person Singular Verben) $\neq$ (Singular Verben)

Generalisierung als Disjunktion: $\begin{bmatrix} \text{cat: v} \\ \text{bar: 0} \\ \text{agr:} \begin{bmatrix} \text{per:} \begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \end{Bmatrix} \\ \text{num: sg} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$



Eigenschaften der Generalisierung/Disjunktion

atoms

$(a_1 \sqcap a_2) = \top$ iff $a_1 \neq a_2$ (with a flat atom lattice and without disjunction)

with disjunction:

$$(a_1 \sqcap a_2) = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$$

top and bottom

$(t \sqcap \top) = \top$

$(t \sqcap \bot) = t$

commutativety:

$(t_1 \sqcap t_2) = (t_2 \sqcap t_1)$

associativety:

$((t_1 \sqcap t_2) \sqcap t_3) = (t_1 \sqcap (t_2 \sqcap t_3))$

idempotence:

$(t \sqcap t) = t$

Negation I

Idea:

Negation is the operation that expresses the complement of the information encoded in a feature structure.

Notation:

$\neg t$

Definition:

A tvne t_1 is the negation of a term t_2, iff t_1 is the generalization of all terms whcse unification with t_2 is inconsistent.

Negation II

Some Equivalences Involving Negation:

$$\neg\neg t = t$$

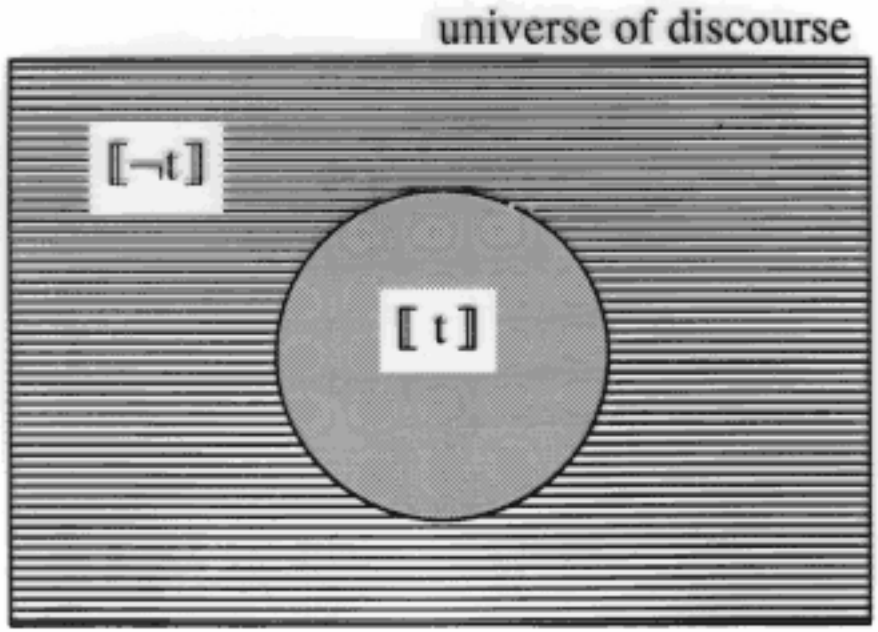
$\neg\bot = \top$ $\qquad$ $\neg\top - \bot$

$t \sqcup \neg t = \bot$ $\qquad$ $t \sqcap \neg t = \top$

$\neg(t_1 \sqcup t_2) = \neg t_1 \sqcap \neg t_2$ $\qquad$ $\neg(t_1 \sqcap t_2) = \neg t_1 \sqcup \neg t_2$

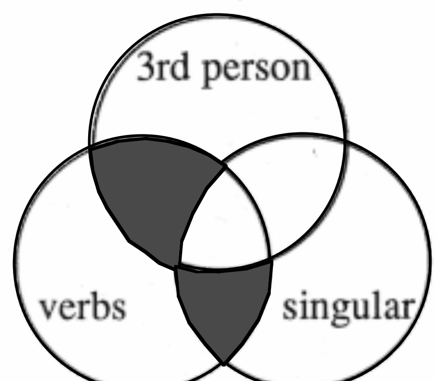
Semantik der Negation

$$[\![\neg t]\!] = \overline{[\![t]\!]}$$



<u>example:</u>

$$\begin{bmatrix} \text{cat: V} \\ \text{agr: } \neg\begin{bmatrix} \text{per: 3} \\ \text{num: sg} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$



Implication

Idea:

Implication is the operation that allows the statement of conditional feature terms

Notation:

$t_1 \rightarrow t_2$

$t_1 \supset t_2$

Definition:

The type $t_1 \rightarrow t_2$ is the least informative terms whose unification with t_1 is subsumed by t_2.

Implikation - Beispiel

$$\begin{bmatrix} \text{cat: V} \\ \text{finite: +} \end{bmatrix} \rightarrow [\text{tense: T}]$$

Semantik der Implikation

$$[\![t_1 \rightarrow t_2]\!] \quad = [\![\overline{t_1}]\!] \cup [\![t_2]\!]$$

$s_1 = [\![t_1]\!]$
$s_2 = [\![t_2]\!]$